



MATEMÀTIQUES

1r BTX

Puntuació:

TREBALL D'ESTIU

Curs 2025-26

Nom i cognoms:

Data

1. Resol el següent sistema d'equacions lineals.
$$\begin{cases} x + 2y - 5z = -1 \\ -3x + y - 2z = 7 \\ 2x - 3y + z = -12 \end{cases}$$
2. Discuteix el següent sistema d'equacions en funció del paràmetre m.

$$\begin{cases} x + my + z = m + 2 \\ x + y + mz = -2(m + 1) \\ mx + y + z = m \end{cases}$$

3. Resol les següents inequacions: a) $\frac{x^4+x^3+x^2}{x^2-x-2} \geq 0$ b) $\frac{x^2-36}{x^4-81}$

4. Soluciona les següents equacions:

a) $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ b) $\log(x-1) - \log(x^2+3) + 1 = 0$ c) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = 2$

5. Determina el punt P' simètric de P(3,-2) respecte de la recta r: $2x-y+8=0$ (2p)

6. En un triangle sabem que: $\hat{A}=25^\circ$, $b=8\text{cm}$ i $c=4\text{cm}$. Calcula els valors que el completen. (1p)

7. Dos pals de 120 cm i 90 cm d'alçada estan separats 150 cm. Amb quina inclinació respecte del terra s'ha de clavar cada pal perquè els seus extrems es toquin? (1p)

8. Resol les següents equacions trigonomètriques: a) $\cos x + \sin 2x = (\sin x + \cos x)^2$
b) $2\sin x = \tan x$

9. Per a quins valors de K són perpendiculars les rectes $2x+ky-7=0$ i $-8x+ky+1=0$?

10. Determina les coordenades del circumcentre i de l'ortocentre del triangle de vèrtexs A(2,5), B(1,1) i C(3,2). El circumcentre és el punt on es tallen les mediatris del triangle. L'ortocentre és el punt on es tallen les rectes que determinen les altures del triangle.

11. Calcula l'angle que formen les rectes r: $x+y+4=0$ i s: $y = -4x-2$.

12. Calcula la distància del origen de coordenades a la recta que passa per els punts P(0,3) i Q(5,0).

13. Calcula els límits següents:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{4x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-1}{x} - \frac{1+x^2}{2x-1} \right)$ c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+x^2-4x-4}{x^2+x-6}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$

14. Deriva:

a) $y = (\sqrt[4]{x^3 - 3}) \cdot 2^{3x+2}$ b) $y = \cos x^2 + \ln \cos x$ c) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x+2}$ d) $g(x) = \operatorname{tg}(3x^2)$

15. La construcció d'una xarxa de túnels per omplir l'aigua d'un embassament ve donada

per la funció: $f(x) = \begin{cases} -ax^2 + bx - 4 & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ 4a - x^2 & \text{si } 2 < x < 4 \\ b - ax & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$ què depen de les pluges.

Quin haurien de ser els valors de a i b per a que els túnels aportessin continuïtat? Amb aquests valors calculats, la funció és derivable?

16. Troba els paràmetres a, b i c de la següent funció $f(x) = \frac{a}{x^2 + bx + c}$ sabent que la funció presenta dues asímptotes verticals a $x = -3$ i $x = 1$ i que la seva gràfica passa pel punt (0,-4).

17. Indica raonadament si $f(x) = \sqrt{x-2}$ té el mateix domini que la seva funció derivada.

18. La derivada de la funció $f(x) = x^2 + bx + 2$ s'anul·la al punt d'abscissa $x = 4$. Determina el valor de b.

19. La funció $f(x) = \sin x$ té algun punt on la seva recta tangent formi un angle de 45° amb l'eix de les abscisses? Raona-ho.

20. Calcula l'equació de la recta tangent a la funció $f(x) = \sqrt{x+1}$ en el punt on la funció creua l'eix de les y.