

1.- Efectúa las siguientes operaciones con cantidades expresadas en notación científica. Expresa el resultado también en notación científica:

a) $\frac{(9 \cdot 10^{-3})(5 \cdot 10^4)}{(1,5 \cdot 10^8)}$ b) $\frac{(1,6 \cdot 10^{-2})(5 \cdot 10^3)}{(4 \cdot 10^{-6})}$ c) $\frac{(7,2 \cdot 10^{-6})}{(1,2 \cdot 10^6)(3 \cdot 10^3)}$ d) $3,74 \cdot 10^{-10} \cdot 1,8 \cdot 10^{18}$
e) $5,4 \cdot 10^8 \cdot 6,8 \cdot 10^{12}$ f) $1,2 \cdot 10^2 + 1,8 \cdot 10^3$ g) $2,5 \cdot 10^{-3} - 7,3 \cdot 10^{-5}$ h) $(3 \cdot 10^5)(8 \cdot 10^{-4})$
i) $5,6 \cdot 10^{-2}(4,2 \cdot 10^2 + 3,3 \cdot 10^3)$ j) $9,8 \cdot 10^{-3} + 3,2 \cdot 10^2$ k) $3 \cdot 10^{-1} - 5 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3}$
l) $\frac{3,2 \cdot 10^7 \cdot 0,7}{(2 \cdot 10^{14})(6 \cdot 10^{-5})}$ m) $\frac{5 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^3 + 3}$ n) $6,12 \cdot 10^{-5} + 7,29 \cdot 10^{-8}$

2.- Racionaliza:

a) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{3}{4 - \sqrt{7}}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{8}}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$ e) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$ f) $\frac{5a\sqrt{a^2 - b^2}}{(1 - a)\sqrt{a + b}}$ g) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ h) $\frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{11} + \sqrt{3}}$

3.- Efectúa las siguientes operaciones y racionaliza:

a) $\left(3 + \frac{\sqrt{5}}{4}\right)\left(\frac{1}{2} - 4\sqrt{5}\right)$ b) $\left(\frac{1}{5} + 3\sqrt{6}\right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{6}}{5}\right)$ c) $(2 - 4\sqrt{7})\left(10 + \frac{3\sqrt{7}}{2}\right)$
d) $\frac{4 - 3\sqrt{10}}{1 + 2\sqrt{10}}$ e) $\frac{7}{6\sqrt{128}}$ f) $\frac{\sqrt{125} + 2\sqrt{5} - 5 - \sqrt{50}}{5}$ g) $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{4\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{12}\right)\sqrt{3}$
h) $\frac{1}{2 + \sqrt{6}} \cdot \frac{1 - \sqrt{6}}{3}$ i) $(\sqrt{2} - \sqrt{32})(2\sqrt{2} + \sqrt{32})$ j) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ k) $\left(\frac{3}{4\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

4.- Efectúa las siguientes sumas y restas de radicales:

a) $7a^2\sqrt{2b} + 8\sqrt{bc} - 3a^2\sqrt{2b} + \sqrt{bc}$ b) $\sqrt{48ab^2} + b\sqrt{75a}$ c) $\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{72}$
d) $4\sqrt{\frac{2}{25}} - 3\sqrt{18} + 6\sqrt{\frac{2}{9}} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{18}{16}}$ e) $\sqrt[n]{a^3b} - \sqrt[n]{a^{n+3}b} + \sqrt[n]{a^3b^{2n+1}}$
f) $\left(2a\sqrt[3]{a^2b} + 5b\sqrt{a}\right) + \left(3b\sqrt{a} - 4a\sqrt[3]{a^2b} + 5ab\sqrt{ab}\right) - \left(2ab\sqrt{ab} - 3a\sqrt[3]{a^2b}\right)$

5.- Efectúa las operaciones y simplifica:

$$a) \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}} \quad b) \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{7}} - \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \quad c) \frac{4a^2b^2 + b^2 + 4ab^3}{4a^2b^3 - b^3}$$

$$d) \left(\frac{1\sqrt{3} \ 7}{2\sqrt{5}\sqrt{2}} \right)^2 \quad e) \frac{\sqrt{ax} - \sqrt{bx}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \quad f) \frac{\sqrt{ax} + \sqrt{ay} + \sqrt{bx} + \sqrt{by}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad g) \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - 4\sqrt{xy}}{x - y}$$

6.- Factoriza los siguientes polinomios:

$$a) x^4 - x^2 \quad b) x^4 - 2x^2 + 1 \quad c) x^4 - 3x^3 + 5x^2 \quad d) x^3 + 3x^2 - 4x - 12 \quad e) x^3 - 1$$

$$f) x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6 \quad g) x^3 - 3x^2 - 6x + 8 \quad h) 3x^3 - x^2 - 7x + 5 \quad i) x^3 - 8$$

7.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas

$$a) \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 + 3x^2 - x - 2} \quad b) \frac{x^3 - x^2 + 3x - 3}{x^2 - 1} \quad c) \frac{3x^2 - 6x - 9}{2x - 6} \quad d) \frac{2x^2 - 2x - 12}{x^3 + 2x^2 - 16x - 24}$$

$$e) \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - x - 6} \quad f) \frac{(x-6)^2}{x^2 - 5x - 6} \quad g) \frac{x^4 - 1}{x^3 - x^2 + x - 1} \quad h) \frac{x^5 - x^3}{x^7 + x^4} \quad i) \frac{x^3 + 1}{x - 1}$$

8.- Efectúa y simplifica:

$$a) \frac{2x+6}{x^2-3x} - \frac{x+5}{x^2-4x+3} \quad b) \frac{x+1}{x^2-1} - \frac{2}{x+1} \quad c) \frac{1}{x} + \frac{1-x}{x^2+2x} - \frac{2}{x+1} \quad d) \frac{2x}{x-1} : \frac{x^3}{x^3+1}$$

$$e) \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x} - \frac{x^2}{x^2-x} \quad f) \frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \quad g) \frac{1}{t} + \frac{1-t}{t^2+2t} - \frac{2}{t+2}$$

$$h) \frac{x}{3x+3} : \frac{x^2-1}{x^3+2x^2} \quad i) \frac{x}{x+1} : \frac{x^3+2x^2}{x^2-1} \quad j) \frac{x^2-1}{x+2} : \frac{3x+1}{x^2+3} \quad k) \frac{x^2+x+1}{x+1} : \frac{x}{x^2-1}$$

$$l) \frac{1}{x^3-8} : \frac{1}{2-x} \quad m) (5x+10) : \frac{x+2}{x-3} \quad n) \frac{x+2}{x^2-1} : \frac{x^2+3}{3x+1} \quad ñ) \frac{2x}{x-1} : \frac{x^3}{x^5+1}$$

9.- Un número consta de dos cifras cuya suma es 9. Si se invierte el orden de las cifras el resultado es igual al número dado más 9 unidades. Halla dicho número.

10.- Determina dos números tales que la diferencia de sus cuadrados es 120 y su suma es 6.

11.- Halla una fracción equivalente a $\frac{3}{5}$ cuyos términos elevados al cuadrado sumen 544.

12.- Calcula dos números positivos tales que la suma de sus cuadrados sea 193 y la diferencia sea 95.

13.- Un número está formado por dos cifras cuya suma es 15. Si se toma la cuarta parte del número y se le agregan 45 resulta el número con las cifras invertidas. ¿Cuál es el número?

14.- La edad de mi tía, hoy es el cuadrado de la de su hija; pero dentro de nueve años será solamente el triple. ¿Qué edad tiene cada una?

15.- Un rectángulo mide 40 m² de área y 26 metros de perímetro. Calcula sus dimensiones.

16.- El perímetro de un rectángulo mide 36 metros. Si se aumenta en 2 metros su base y se disminuye en 3 metros su altura el área no cambia. Calcula las dimensiones del rectángulo.

17.- El área de un triángulo rectángulo es 120 cm² y la hipotenusa mide 26 cm. ¿Cuáles son las longitudes de los catetos?

18.- El perímetro de un triángulo rectángulo mide 30 m y el área 30 m². Calcula los catetos.

19.- La diferencia de las diagonales de un rombo es de 2 m. Si a las dos las aumentamos en 2 m el área aumenta en 16 m². Calcula las longitudes de las diagonales, el perímetro y el área de dicho rombo.

20.- Resuelve las siguientes ecuaciones y sistemas de ecuaciones

$$x^2(x^2 + 3) = 10 \quad x^2(x^2 - 8) + 15 = 0 \quad \frac{x^4 + 16}{x^2} = 13 \quad 1 + \sqrt{x - 6} = x - 7$$

$$x^2(x^2 - 2) + 2 = x^2 \quad 2\sqrt{x} = 6 \quad x + \sqrt{x} = 6 \quad x = 6 + \sqrt{x} \quad \sqrt{x+1} = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 - 5xy = 25 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x - y = 9 \\ x \cdot y = 90 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 2 \\ (x - y)^2 + 2x - 3y = 26 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} (x + y)^2 - 3x - 4(x - y)y = -1 \\ x + 2y = 5 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 2 \\ (x - 2)^2 + 3y = 18 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 12 \\ 2x + 3y = 14 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{1}{2} \\ x - 3y = -1 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 100 \\ x \cdot y = 90 \end{array} \right\}$$

21.- Halla la altura de una antena de radio si su sombra mide 100 m cuando los rayos del Sol forman un ángulo de 30° con la horizontal

22.- Averigua la distancia a la que se encuentra un castillo que está situado en la orilla opuesta de un río, sabiendo que la torre más alta del mismo se ve desde nuestra orilla bajo un ángulo de 40° y alejándonos 100 m del río el ángulo es de 25°.

23.- Halla los ángulos de un triángulo isósceles cuya base mide 50 cm y los lados iguales 40 cm cada uno.

24.- Si vemos una chimenea bajo un ángulo de 30° , ¿bajo qué ángulo la veríamos si la distancia a la que nos encontramos de la misma fuese el doble? ¿Y si fuese el triple?

25.- a) Sabiendo que $\sin A = 1/3$ calcula el $\cos A$ y la $\operatorname{tg} A$.

b) Sabiendo que $\cos B = 2/3$ calcula $\sin A$ y $\operatorname{tg} A$.

c) Si la tangente de un ángulo es $2/3$ calcula el seno y el coseno.

d) Si $\cos x = 0,72$ calcula $\sin x$ y $\operatorname{tg} x$

e) Si $\sin y = 0,5$, calcula $\cos y$ y $\operatorname{tg} y$

26.- Pasa los siguientes ángulos a radianes y di cuánto valen sus razones trigonométricas

45° , 120° , 210° , 180° y 270°

27.- Si α es un ángulo agudo en el que $\sin \alpha = 3/5$, calcula el valor de la expresión $5\sin \alpha + \cos \alpha - 16\operatorname{tg} \alpha$

28.- La altura de los ojos de un observador es de 1,60 m. El observador ve el punto más alto de un poste con un ángulo de elevación de 33° . La distancia entre los pies del observador y el pie del poste es de 6 metros. Calcula la altura del poste.

29.- Desde un punto del suelo se ve la altura de una torre con un ángulo de elevación de 48° . Si se retrocede 30m, se ve la misma torre pero bajo un ángulo de 24° . Calcula la altura de la torre.

30.- Desde la orilla de un río se ve un árbol en la otra orilla bajo un ángulo de 40° , y si se retrocede 4m se ve bajo un ángulo de 28° . Calcula la altura del árbol y la anchura del río.

31.- Dos observadores situados a 70 metros de distancia ven un globo situado entre ellos y en el mismo plano vertical bajo ángulos de elevación de 25° y 70° . Halla la altura del globo y las distancias que los separan de cada uno de los dos observadores.

32.- Dado el vector **AB** siendo $A(4,-1)$ y $B(-2,2)$ a) ¿Cuál es su módulo?; b) ¿Cuáles son sus coordenadas?; c) Dar otro vector con el mismo módulo que **AB** y distinta dirección; d) Busca un vector paralelo al dado; e) Busca un vector perpendicular al dado.

33.- Dados los puntos $A(3,-4)$, $B(-1,4)$, $C(0,3)$, $D(5,-4)$, $E(2,-5)$ y $F(6,2)$ representa los vectores **AB**, **CD**, **EF** y calcula sus coordenadas.

34.- Las coordenadas del vector **AB** son $(3,-3)$, sabiendo que el punto A tiene por coordenadas $(1,-1)$ ¿Cuáles son las coordenadas de B?

36.- Dados los puntos $A(3,1)$; $B(2,-3)$ y $C(5,x)$ determina x para que los vectores **AC** y **AB** tengan la misma dirección.

36.- Los puntos $A(0,3)$; $B(-1,0)$; $C(5,-2)$ son vértices consecutivos de un paralelogramo. a) Calcula el cuarto vértice D; b) Calcula las longitudes de las diagonales

37.- Dados los vectores $u(-3,1)$ y $v(5,-2)$, calcula las coordenadas de un vector w que verifica: $2u-3v-5w=0$

38.- Calcula x para que los vectores $u(4,x)$ y $v(5,-1)$ tengan el mismo módulo

39.- Calcula la distancia entre los siguientes puntos:

a) $A(1, 2)$; $B(2, 3)$ b) $A(2, 1)$; $B(2, 2)$ c) $A(8, 1)$; $B(-1, 2)$

40.- En la función $y = mx + n$, ¿cómo debe ser m para que la función sea decreciente?

41.- ¿Cuál es la pendiente de la recta $y = 3$?

42.- Escribe la ecuación de la recta paralela al eje vertical y que pase por el punto $(2,3)$.

43.- Sean las rectas: $r: y=3x-2$; $s: y=-3x+2$; $t: 3x-y+5=0$; $u: y=1,5x-1$
Compara sus pendientes y di, sin dibujarlas, cuáles son paralelas.

49.- Calcula todas las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos A y B donde:

a) $A(1,1)$; $B(8, 4)$ b) $A(3, 4)$; $B(1, 0)$ c) $A(8, 8)$; $B(0, 0)$ d) $A(2, 2)$; $B(-2, 2)$

44.- a) Calcula la ecuación de la recta paralela a la recta $r: 2x - 3y = 2$ que pase por el punto: a) $A(1, 3)$ b) $B(0, 2)$ c) $C(-2, 3)$ b) Calcula la ecuación de la recta perpendicular a la recta $r: 2x - 3y = 2$ que pase por el punto: a) $A(1, 3)$ b) $B(0, 2)$ c) $C(-2, 3)$

45.- Hallar las ecuaciones paramétricas, continua, implícita y explícita de la recta que pasa por el punto $P(2,5)$ y tiene por vector director $v = (3,2)$.

46.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $2^{x+1} = 4^x$ b) $3^{x+1} = 9^{x-2}$ c) $3^{x-1} = \sqrt[3]{3}$ d) $2^{x^2-3} = \frac{1}{4}$ e) $2^{2x-1} = 16^x$ f) $25^x = \sqrt{5}$

g) $3^x + 9^{x+1} = 4$ h) $3^{\frac{x+1}{2}} = \frac{1}{9}$ i) $3^{x^2-3x+3} = 3$ j) $4^{x-2} - 2^{x+1} = -12$ k) $3^{2x+3} = 2187$

l) $3^{2(x+2)} - 4 \cdot 3^x - 77 = 0$ m) $3^{x+1} + 3^{x-2} + 3^x + 3^{x-1} = 120$ n) $4^x + 2^{x-1} = \frac{1}{2}$

ñ) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x+1} + 2^{x-3} = 29$ o) $\left(\frac{1}{10}\right)^x = 100$ p) $5^{x^2-x-6} = 1$ q) $2^x + 2^{-x} = \frac{65}{8}$

47.- Calcula los logaritmos que se indican, aplicando la definición:

a) $\log_2 32$ b) $\log_5 625$ c) $\log 1000$ d) $\log_3 81$
e) $\log 10^5$ f) $\log_2 64$ g) $\log_3 729$ h) $\log_2 128$

48.- Calcula el valor de x

a) $\log_x 32 = 5$, b) $\log_x 5 = 0,5$, c) $\log_x 0,125 = -3$, d) $\log_x 5 = -0,5$,
e) $\log_x 32 = 2,5$, f) $\log_x 0,01 = -2$ g) $\log_2 16 = x$, h) $\log(10000) = x$
i) $\log_3 27 = x$, j) $\log_{16} 4 = x$; k) $\log_a x = 0$, l) $\log_2(\log_2 2^8) = x$

49.- Sabient que $\log 2=0,3010$ y $\log 3=0,4771$, calcula:

a) $\log 30$ b) $\log 72$ c) $\log 0,48$ d) $\log \frac{48}{9}$ e) $\log (1,8)^3$ f) $\log \sqrt{\frac{9}{32}}$ g) $\log \left(\frac{5}{4}\right)^3$
h) $\log \sqrt[3]{40}$ i) $\log \sqrt[3]{\frac{32}{5}}$ j) $\log \frac{30}{4,8}$ k) $\log 0,072$ l) $\log \sqrt{\frac{9}{5}}$ m) $\log \frac{18}{5}$ n) $\log \frac{\sqrt{54}}{0,24}$

50.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log 3 + \log (x-1) = \log (2x)$ b) $3 \log_2 (x-1) = \log_2 8$ c) $\frac{5-3x}{x-2} = \log 0,1$
d) $\log_2 \left(\frac{3x^2+5}{2x-1}\right) = 3$ e) $\log \sqrt{x+4} - \log (3x) = -2 \log 3$ f) $\log x + \log 2 = \log 5$
g) $\ln (x^2+2) - \ln (x+1) = \ln (2-x)$ h) $3 \log x - 2 \log 2 = \log x^2 - \log 2$
i) $2 \log x - \log 2x = \log (x-1)$ j) $\log_5 x - \log_5 x - 2 = \log_5 (4x-3) - \log_5 3$